Política Monetaria con producción:

Al igual que la política tributaria, cuando hay decisión de ocio vs consumo, política monetaria deja de ser neutral. Es decir, cambios en las variables monetarias generan cambios en las variables reales.

Inflación tiene efectos adversos sobre la actividad económica.

Problema del hogar: Asumimos hogar representativo.

Preferencias: $\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1}(\ln c_t + \gamma \ln(H_t - l_t))$

Cada periodo se divide en 2 subperiodos.

- AM_t (assets markets): individuos van al mercado de activos y escogen la cantidad de bonos y dinero que quieren tener.
  - Bonos pagan tasa de interés nominal R_t entre t y $t+1$
  - Dinero que NO paga interés pero es indispensable para comprar el bien final en PM_t.
- PM_t (products market): individuos se separan:
  - Uno produce y vende la producción
  - Otro compra bienes de consumo con dinero guardado desde AM_t

Al final se reúnen los dos individuos y consumen.
Individuo 1 trae a casa dinero proveniente de la producción.
Individuo 2 trae lo que le sobró después de comprar el bien final. Todo el dinero lo guardan debajo de la almohada hasta $t+1$.

Restricción en AM_t:

proveniente de producción en $t-1$.

sobrante del periodo anterior

$$B_t + M_t^d = P_{t-1}\, y_{t-1} + \left(M_{t-1}^d - P_{t-1} C_{t-1}\right) + (1+R_{t-1})\, B_{t-1} + \Omega_t$$

Retorno bruto de los bonos del hogar

transferencia monetaria por medio de la cual el banco central ejecuta política monetaria.

Restricción en PM_t:

$$P_t C_t \leq M_t^d$$

Producción es hecha en casa: $y_t = A_t \ell_t^{1-\alpha}$

Reescribiendo restricciones en términos reales (dividiendo por P_t):

demanda real de dinero: $\dfrac{M_t^d}{P_t}$

$$b_t + z_t^d = \frac{1}{1+\hat{P}_t} A_{t-1} \ell_{t-1}^{1-\alpha} + \frac{1}{1+\hat{P}_t}\left(z_{t-1}^d - c_{t-1}\right)$$

$$+ (1+r_{t-1})\, b_{t-1} + \frac{\Omega_t}{P_t}$$ ← restricción en AM_t.

$\hat{P}_t = \dfrac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$ ← inflación.

R_t: tasa de interés nominal – la que pagan los bonos nominales B_t.

r_t: tasa de interés real – la que pagan los bonos reales b_t.

$$\boxed{(1+R_t) = (1+r_t)(1+\hat{P}_{t+1})}$$ → condición de arbitraje.

En equilibrio, el hogar es indiferente entre invertir en bonos reales o nominales.

$c_t \leq z_t^d$ ⟵ restricción en PM_t.

multiplicador asociado a AM_t

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1}\left(\ln c_t + \gamma \ln (H_t - l_t)\right) + \sum_{t=1}^{\infty} \lambda_t \left(\frac{1}{1+\hat{P}_t} A_{t-1} l_{t-1}^{1-\alpha} \right.$$
$$\left. + \frac{1}{1+\hat{P}_t}(z_{t-1}^d - c_{t-1}) + (1+r_{t-1}) b_{t-1} + \frac{\Omega_t}{P_t} - z_t^d - b_t \right)$$
$$+ \sum_{t=1}^{\infty} \mu_t \left(z_t^d - c_t \right)$$

multiplicador asociado a PM_t

$$\frac{\beta^{t-1}}{c_t} = \lambda_t$$

CPO: $[c_t]$: $\dfrac{\beta^{t-1}}{c_t} = \mu_t + \dfrac{\lambda_{t+1}}{1+\hat{P}_{t+1}}$

$[l_t]$: $\dfrac{\beta^{t-1}\gamma}{H_t - l_t} = \dfrac{\lambda_{t+1}}{1+\hat{P}_{t+1}} A_t (1-\alpha) l_t^{-\alpha} = \dfrac{\lambda_{t+1}}{1+\hat{P}_{t+1}} (1-\alpha) \dfrac{y_t}{l_t}$

$[b_t]$: $\lambda_t = (1+r_t)\lambda_{t+1}$

$[z_t^d]$: $\lambda_t = \mu_t + \dfrac{\lambda_{t+1}}{1+\hat{P}_{t+1}}$

Adicionalmente, $\mu_t(z_t^d - c_t) = 0$ ⟵ restricción de holgura de KKT.

Si $R_t > 0 \Rightarrow$ restricción en PM_t tiene que estar activa $\Rightarrow \mu_t > 0 \Rightarrow z_t^d = c_t$.

Por qué?

- En AM_t el individuo decide entre invertir sus recursos en bonos o en dinero.
- Supongamos que hogar conoce el consumo óptimo de PM_t: c_t^*.
- En AM_t el hogar necesita llegar a PM_t con $P_t c_t^*$.
- Si el hogar asigna más de $P_t c_t^*$, llegará a AM_{t+1}

con recursos sobrantes.

- Si en vez de esto, el hogar invierte ese dinero sobrante en bonos ⇒ llega a AM_{t+1} con este dinero más el interés que genera.

⇒ el hogar estaría estrictamente mejor.

Condiciones de vaciado:

- $C_t^* = y_t^*$
- $M_t^d = M_t^s$

En PM_t: $\underbrace{C_t = z_t^d}_{\text{términos reales}}$ $\qquad$ $\underbrace{P_t C_t = M_t^d}_{\text{términos nominales.}}$

En equilibrio: $P_t y_t = M_t^s \Rightarrow \frac{M_t^s}{P_t} = y_t^*$

Dividiendo esta ecuación en $t+1$ sobre ecuación en t:

$$\frac{\frac{M^s_{t+1}}{P_{t+1}}}{\frac{M_t^s}{P_t}} = \frac{y^*_{t+1}}{y_t^*} \Leftrightarrow \frac{\overbrace{\frac{M^s_{t+1}}{M^s_t}}^{1+\hat{M}^s_{t+1}}}{\underbrace{\frac{P_{t+1}}{P_t}}_{1+\hat{P}_{t+1}}} = \overbrace{\frac{y^*_{t+1}}{y^*_t}}^{=\,1+\hat{y}_{t+1}}$$

$$\Rightarrow 1+\hat{P}_{t+1} = \frac{1+\hat{M}^s_{t+1}}{1+\hat{y}^*_{t+1}}$$

— mismo resultado que en capítulo 7.

Diferencia es que ahora $\hat{y}_{t+1}$ es endógeno.

Mayor crecimiento de oferta monetaria ⇒ mayor inflación.

Para conocer trayectoria de precios, basta conocer trayectoria de oferta monetaria y de producción de equilibrio.

CPOs se pueden escribir como:

$$\frac{\beta^{t+1}}{c_t} = \lambda_t \Rightarrow \frac{c_{t+1}^*}{c_t^*} = \beta(1+r_t)$$ ← cond. intertemp.

$$\frac{\gamma c_t^*}{H_t - l_t^*} = \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \frac{1}{1+\hat{P}_{t+1}} (1-\alpha) \frac{y_t^*}{l_t^*}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\gamma c_t^*}{H_t - l_t^*} = \frac{1}{1+R_t} (1-\alpha) \underbrace{\frac{y_t^*}{l_t^*}}_{\text{prod. marginal del trabajo.}}$$ ← cond. intratemporal.

A través de este canal pol. monetaria tiene efectos reales.

Como prod. marginal del trabajo se disfruta un periodo después, se debe descontar por tasa de interés real + inflación esperada, que se integran en la tasa de interés nominal:

$$1+R_t = (1+r_t)(1+\hat{P}_{t+1})$$

Sendas de equilibrio:

Vamos a asumir que $R_t > 0 \;\forall t$. Dado que R_t es una variable de equilibrio $\Rightarrow$ una vez computado el equilibrio se debe chequear qué supuestos se deben imponer a las variables exógenas para que efectivamente $R_t > 0$.

$\Rightarrow c_t = z_t^d$.

En equilibrio: $\frac{c_{t+1}^*}{c_t^*} = \beta(1+r_t)$

$$\frac{y_{t+1}^*}{y_t^*} = \frac{1+\hat{M}_{t+1}^s}{1+\hat{P}_{t+1}}$$

Cond. de vaciado: $c_t^* = y_t^*, \quad c_{t+1}^* = y_{t+1}^*$

$\Rightarrow$ en equilibrio: $\beta(1+r_t) = \frac{1+\hat{M}_{t+1}^s}{1+\hat{P}_{t+1}}$

$\Leftrightarrow \beta(1+r_t)(1+\hat{P}_{t+1}) = \beta(1+R_t) = 1+\hat{M}_{t+1}^s$

$\Rightarrow \boxed{\beta(1+R_t) = \frac{M_{t+1}^s}{M_t^s}}$ $\qquad$ $\boxed{\beta(1+r_t) = \frac{y_{t+1}^*}{y_t^*}}$

paralelismo

En ambos casos, la tasa de interés está dada por la tasa de crecimiento de la mercancía de referencia: bien de consumo vs dinero.

- Tasa de interés real depende de oferta de bienes que depende de la decisión de hogares sobre cuánto trabajar.
- Tasa de interés nominal depende de la decisión exógena del banco central.

$$\beta(1+R_t) = \frac{M^s_{t+1}}{M^s_t} \qquad \frac{\gamma C_t^*}{H_t - l_t^*} = \frac{1}{1+R_t}(1-\alpha)\frac{y_t^*}{l_t^*}$$

$$C_t^* = y_t^*$$

$$\frac{\gamma}{H_t - l_t^*} = \frac{\beta}{1+\hat{M}^s_{t+1}}\,\frac{(1-\alpha)}{l_t^*} \Rightarrow \boxed{l_t^* = \frac{(1-\alpha)H_t}{1-\alpha + \frac{\gamma(1+\hat{M}^s_{t+1})}{\beta}}}$$

Aumento en $\hat{M}^s_{t+1}$ reduce empleo de equilibrio.

Intuición: Mayor crecimiento de oferta monetaria

⇒ mayor inflación ⇒ mayor tasa de interés nominal

$$1+\hat{P}_{t+1} = \frac{1+\hat{M}^s_{t+1}}{1+\hat{y}^*_{t+1}} \qquad (1+R_t) = (1+r_t)(1+\hat{P}_{t+1})$$

⇒ mayor pérdida real por recursos nominales que se llevan de un periodo a otro.

⇒ ingresos de producción producto del trabajo caen.

⇒ desincentivo al trabajo.

Efecto de crecimiento en M_t^s es igual al de un impuesto al ingreso o al consumo.

$$C_t^* = y_t^* = A_t\left(\frac{\beta(1-\alpha)H_t}{\beta(1-\alpha)+\gamma(1+\hat{M}^s_{t+1})}\right)^{1-\alpha}$$

$$1+r_t^* = \frac{1}{\beta}\,\frac{A_{t+1}}{A_t}\left(\frac{H_{t+1}}{H_t}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{\beta(1-\alpha)+\gamma(1+\hat{M}^s_{t+1})}{\beta(1-\alpha)+\gamma(1+\hat{M}^s_{t+2})}\right)^{1-\alpha}$$

r_t^1 depende de $\widehat{M}_{t+2}^s$ por lo siguiente:

Si $\widehat{M}_{t+2}^s$ es alta $\Rightarrow$ es un desincentivo al trabajo en $t+1$. $\Rightarrow$ los ingresos en $t+1$ caen $\Rightarrow$ como individuo quiere suavizar consumo y ahorrar entre t y $t+1$, r_t tiene que caer.

Nivel de precios:

$$P_t c_t^* = M_t^s \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_t = M_t^s \left(\frac{\beta(1-\alpha) + \gamma(1+\widehat{M}_{t+1}^s)}{\beta(1-\alpha) H_t} \right)^{1-\alpha}}$$

Inflación:

$$\boxed{1+\widehat{P}_{t+1} = (1+\widehat{M}_{t+1}^s) \left(\frac{A_t}{A_{t+1}} \right) \left(\frac{H_t}{H_{t+1}} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\beta(1-\alpha) + \gamma(1+\widehat{M}_{t+2}^s)}{\beta(1-\alpha) + \gamma(1+\widehat{M}_{t+1}^s)} \right)^{1-\alpha}}$$

Equilibrio con objetivo de tasas de interés:

Objetivo del banco central: $R_t = \bar{R}$.

De $\boxed{\beta(1+R_t) = \frac{M_{t+1}^s}{M_t^s}} \Rightarrow \frac{1+M_{t+1}^s}{\beta} = 1+R_t = 1+\bar{R}$

Es decir, tasa de crecimiento de oferta monetaria debe ser fija: $1+\widehat{M}_{t+1} = \beta(1+\bar{R})$

$$\Rightarrow \boxed{l_t^* = \frac{(1-\alpha) H_t}{1-\alpha+\gamma(1+\bar{R})}} \longrightarrow$$

objetivo de tasa de interés nominal constante afecta adversamente el empleo de manera uniforme sobre la senda de equilibrio.

Cambios en l_t^* sólo se explican por cambios en H_t.

$$y_t^* = A_t \left(\frac{(1-\alpha) H_t}{1-\alpha+\gamma(1+\bar{R})} \right)^{1-\alpha} = C_t^*$$

Cambios en y_t^* sólo se explican por cambios en H_t o A_t.

$$1+r_t^* = \frac{1}{\beta} \frac{A_{t+1}}{A_t} \left(\frac{H_{t+1}}{H_t} \right)^{1-\alpha}$$

$$1+\hat{P}_{t+1} = \frac{1+\bar{R}}{1+r_t^*} = \beta(1+\bar{R}) \frac{A_t}{A_{t+1}} \left(\frac{H_t}{H_{t+1}} \right)^{1-\alpha}$$

Efecto de choque transitorio a productividad en $t=1$:

- Supongamos choque transitorio: $A_1 \uparrow$.
- l_t^* no se ve afectada.
- y_1^* y C_1^* aumentan.
- y_t^* y C_t^*, $t \geq 2$, permanecen iguales.
- r_1 se reduce y r_t, $t \geq 2$, permanecen constantes
- $(1+\bar{R}) = (1+r_1^*)(1+\hat{P}_2^*) \Rightarrow \downarrow$ en $r_1^* \Rightarrow \uparrow \hat{P}_2^*$

  Esto ocurre porque: $P_t^* = \frac{M_t^s}{y_t^*}$

Dado que $y_1^* \uparrow \Rightarrow P_1^* \downarrow \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1+\hat{P}_2 \uparrow$.

- P_2 permanece constante:

$$M_t^s = M_1^s \left(\beta(1+\bar{R}) \right)^{t-1}$$

$\beta(1+\bar{R}) = (1+\hat{M}_{t+1}^s)$

$$P_2 = \frac{M_2^s}{y_2^*}$$

M_1^s no cambia.
M_2^s tampoco.

$$\hat{m}_1^s = \frac{m_2^s}{m_1^s} = \beta(1+\bar{R}) \quad \Rightarrow \quad m_2^s = m_1^s\,\beta(1+\bar{R})$$

$$m_{t+1}^s = \beta(1+\bar{R})\,m_t^s \qquad m_3^s = m_2^s\,\beta(1+\bar{R})$$

$$m_4^s = m_3^s\,\beta(1+\bar{R})$$

$$\vdots$$

$$m_t^s = m_1^s\left(\beta(1+\bar{R})\right)^{t-1}$$